Minimierung der Reflexion elektromagnetischer Wellen

Dipl.-Ing. Leo Baumann

Datum 7. Juni 2007

Inhalt

1.0 Einleitung

Die Behandlung dieses Themas erfordert die Kenntnis der Ergebnisse der Maxwell'schen Theorie für das Verhalten von elektromagnetischen Wellen im Vakuum und in Medien. Ebenfalls wichtig ist in diesem Zusammenhang die Theorie über Brechung und Reflexion ebener Wellen und die Leitungstheorie.

Mit diesen Vorraussetzungen kann die Problematik des Themas auf triviale, formale Betrachtung in der Elektrotechnik zurückgeführt werden.

Im Weiteren beschränke ich mich bei der Betrachtung der elektromagnetischen Welle auf das Fernfeld, die Welle nimmt also proportional dem reziproken Wert von r ab, wenn r der Abstand vom Ursprung ist.

2.0 Modell

Die Minimierung der Reflexion von elektromagnetischen Wellen setzt voraus, dass überhaupt eine Reflexion stattfindet. Besonders intensiv sind Reflexionen von elektromagnetischen Wellen an gut leitenden Metallflächen. Als praktische Beispiele seien Flugzeuge, Schiffe und Unterseeboote genannt.

Neben der Geometrie wird die Reflexion durch die Oberflächenbeschaffenheit bestimmt. Damit kommt man zu folgendem Modell:

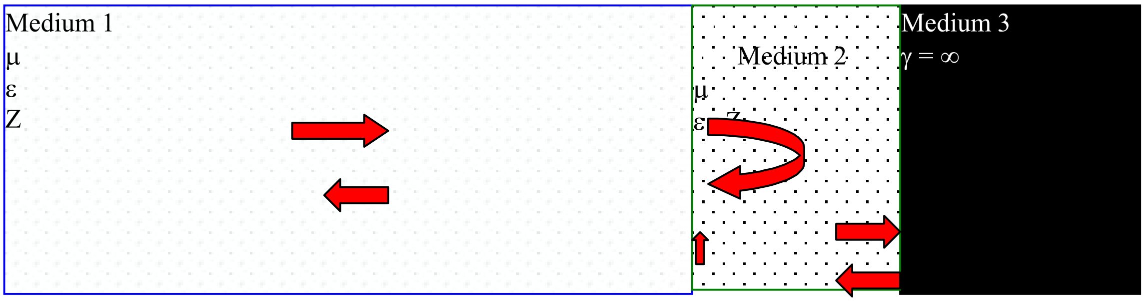


Bild 1

Eine elektromagnetische Welle breitet sich von ihrem Ursprung kugelförmig aus und wird beschrieben durch die Wellengleichung mit Freiraumdämpfung, Dämpfungskonstante und Phasenkonstante [1],[2],[3]. Medium 1 kann aufgrund seiner physikalischen Eigenschaften der Wellenwiderstand Z_1 zugeschrieben werden.

Die Welle dringt durch die Grenzfläche in Medium 2 ein und breitet sich wiederum beschrieben durch Freiraumdämpfung, Dämpfungskonstante und Phasenkonstante (jetzt für Medium 2) weiter in die Richtung vom Ursprung weg aus. Wegen der anderen physikalischen Eigenschaften von Medium 2 ergibt sich ein andere Wellenwiderstand Z_2. Ein Teil der in Medium 2 eingedrungenen Welle wird reflektiert. Diese Reflexion wird beschrieben durch den Reflexionsfaktor p_{12}. Dieser Reflexionsfaktor ist definiert durch die Wellenwiderstände von Medium 1 und Medium 2 und 3.

Nimmt man Medium 3 als elektrisch ideal leitend an, wird der an der Grenzschicht 1-2 nichtreflektierte und auf dem weiteren Weg durch Medium 2 gedämpfte Teil der elektromagnetischen Welle an der Grenzschicht 2-3 total reflektiert und auf seinem Rückweg durch Medium 2 weiter gedämpft.

Es ist leicht zu erkennen, dass es sich in diesem Modell bei Medium 1 um das Ausbreitungsmedium, bei Medium 2 um eine Farbschutzschicht und bei Medium 3 um eine konstruktive Außenwand handelt.

In der technischen Anwendung, abgesehen von Spezialfällen, wird Medium 1 entweder der freie Weltraum, die Atmosphäre der Erde oder Seewasser sein. Bei Medium 2 handelt es sich um einen dielektrischen Isolierstoff und bei Medium 3 um ein Metall. Die an der Grenzschicht 2-3 stattfindende Totalreflexion lässt sich kaum verändern, weil die Materialbeschaffenheit von Medium 3 mechanisch konstruktiv festgelegt ist. Medium 1, das Ausbreitungsmedium der elektromagnetischen Welle, ist festgelegt durch die Umwelt. Die Folge dieser Überlegung ist, dass eine Minimierung der Reflexion von elektromagnetischen Wellen nur an der Grenzsicht 2-3 und in Medium 2 stattfinden kann. Darum soll jetzt der Ausbreitungsmechanismus in Medien mathematisch beschrieben werden.

3.0 Elektromagnetische Wellen in Medien

Die elektromagnetische Welle wird beschrieben durch die Wellengleichung (Gl. 1) mit Dämpfungskonstante (Gl. 2) und Phasenkonstante (Gl. 3) [1],[3]:

$$\mathbf{E}(x,t)=\mathbf{E_0}/4/\pi/r\ e^{-\alpha x}\ e^{j(\omega t\ -\ \beta x)} \qquad \text{(Gl. 1)}$$

$$\alpha=\omega \mathrm{sqrt}\{1/2\mu\varepsilon[\mathrm{sqrt}(1+(\gamma/\omega/\varepsilon)\hat{\ }2)-1]\} \qquad \text{(Gl. 2)}$$

$$\beta=\omega \mathrm{sqrt}\{1/2\mu\varepsilon[\mathrm{sqrt}(1+(\gamma/\omega/\varepsilon)\hat{\ }2)+1]\} \qquad \text{(Gl. 3)}$$

Wir wollen uns das an einem Beispiel ansehen und wählen das Medium Seewasser mit einer relativen Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon_r=81$ und einer spezifischen elektrischen Leitfähigkeit von $\gamma=10^{-6}\ m/\Omega/mm^2$.

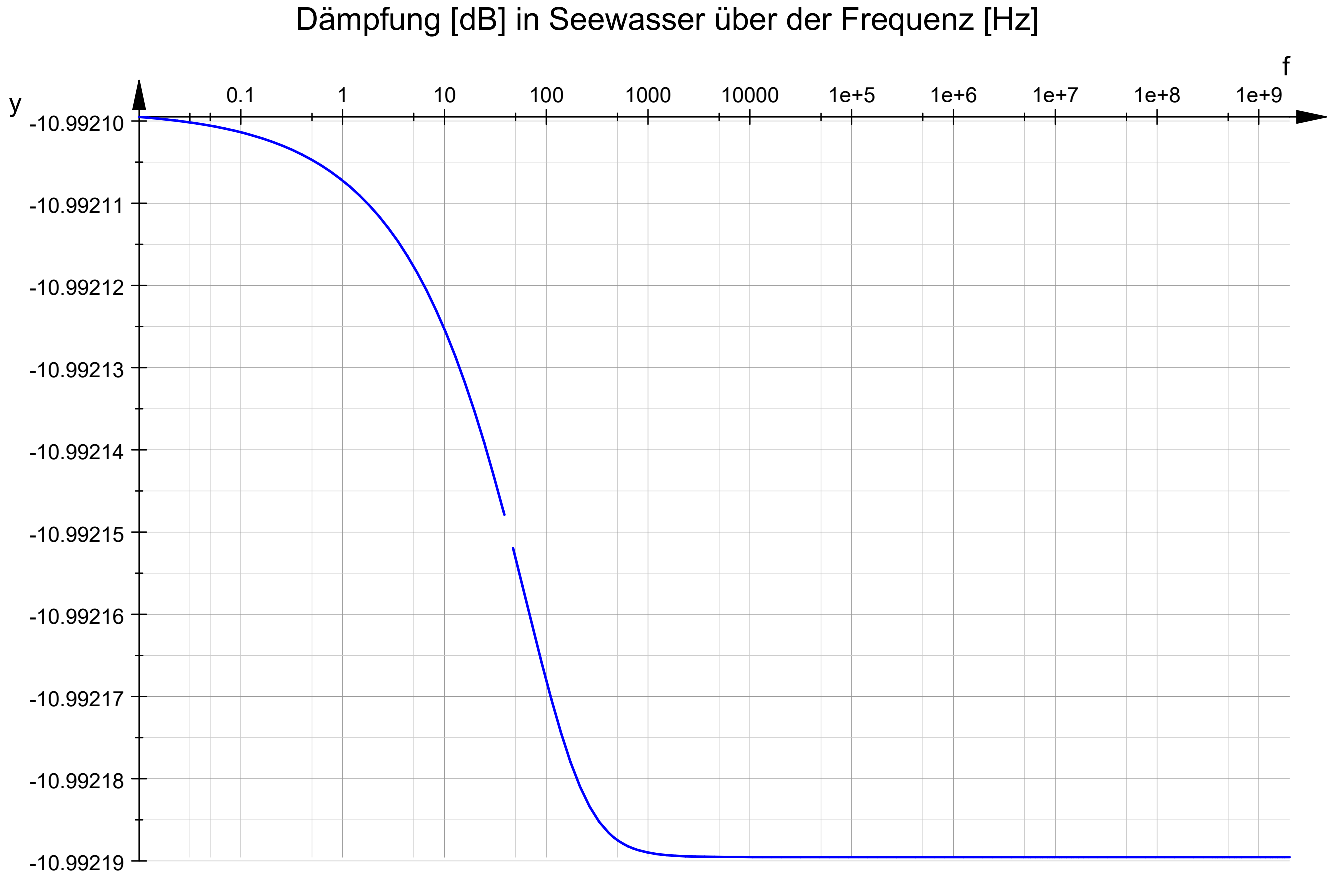


Bild 2 Betrag von Gleichung 1 in dB als Funktion der Frequenz f

Man erkennt drei Bereiche, die man als Leitungsbereich, Übergangsbereich und Wellenbereich bezeichnen kann. Im Leitungsbereich findet elektrische Leitung durch Ladungsträgertransport statt. Die Dämpfung entsteht durch Verlust am ohm'schen Widerstand des Seewassers. Mit zunehmender Frequenz nimmt die elektrische Leitung ab und eine elektromagnetische Welle stellt sich ein, deren Dämpfung nicht von der Frequenz abhäng

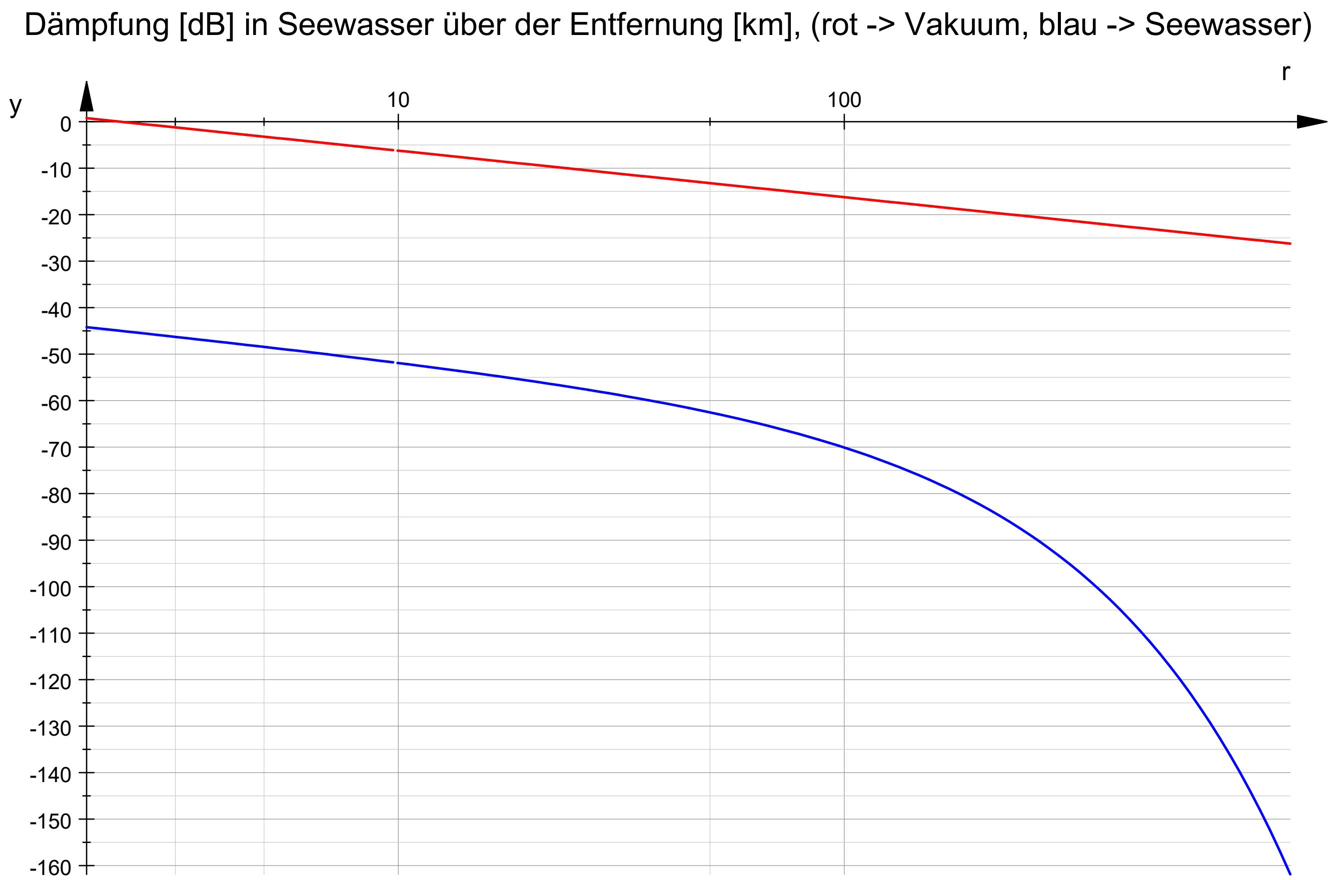


Bild 3 – Betrag von Gleichung 3 in dB als Funktion des Abstandes r und die Freiraumdämpfung

Bild 3 zeigt die Dämpfung elektromagnetischer Wellen in Seewasser über der Entfernung. Zum Vergleich ist die deren Freiraumdämpfung mit eingezeichnet. Das unterschiedliche Dämpfungsverhalten bei größeren Entfernungen im Medium Seewasser und im Vakuum ist deutlich.

Der Vollständigkeit wegen sollen der Phasenverlauf und die Phasengeschwindigkeit als Funktion der Frequenz auch gezeichnet werden.

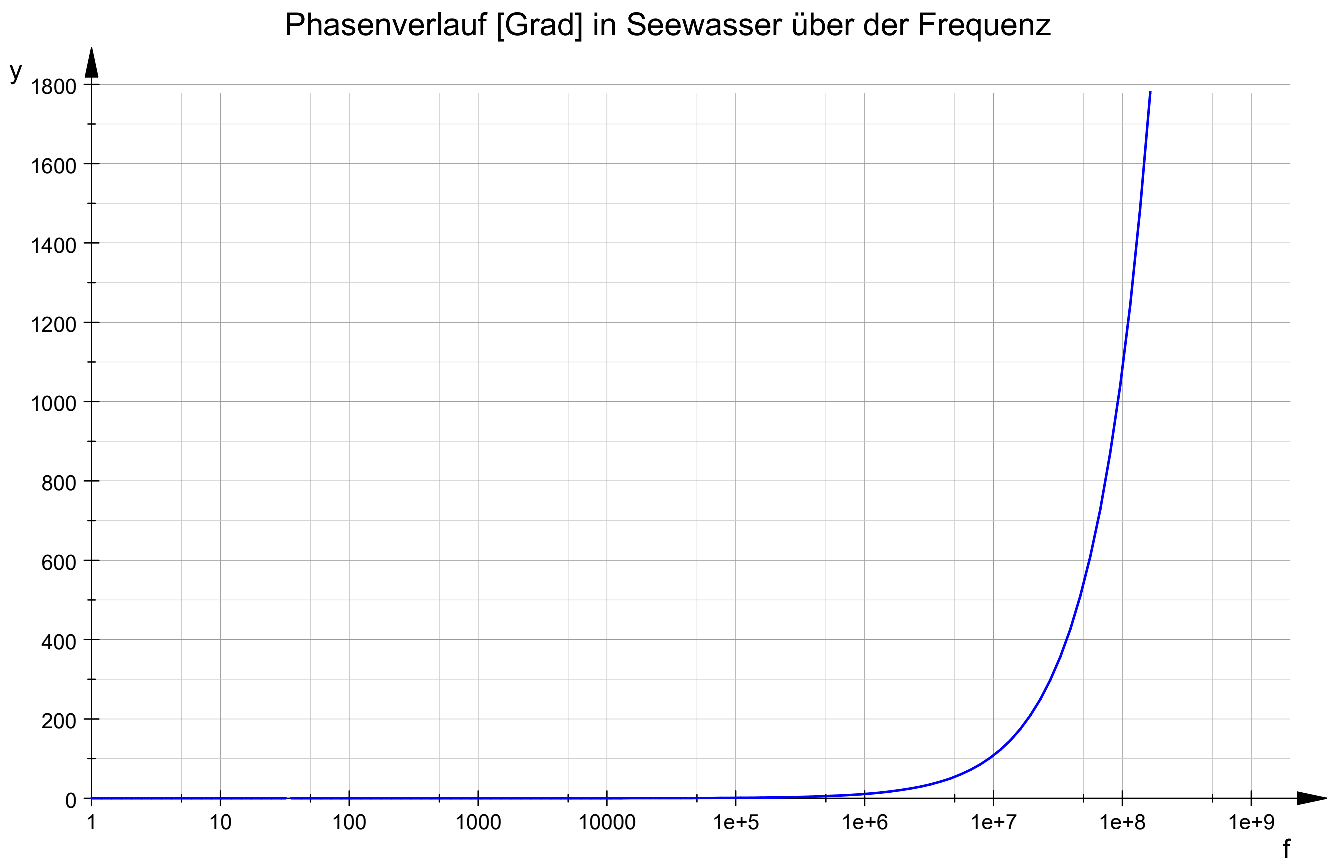


Bild 4 - Phasenverlauf in Grad bei der Ausbreitung in Seewasser über der Frequenz f

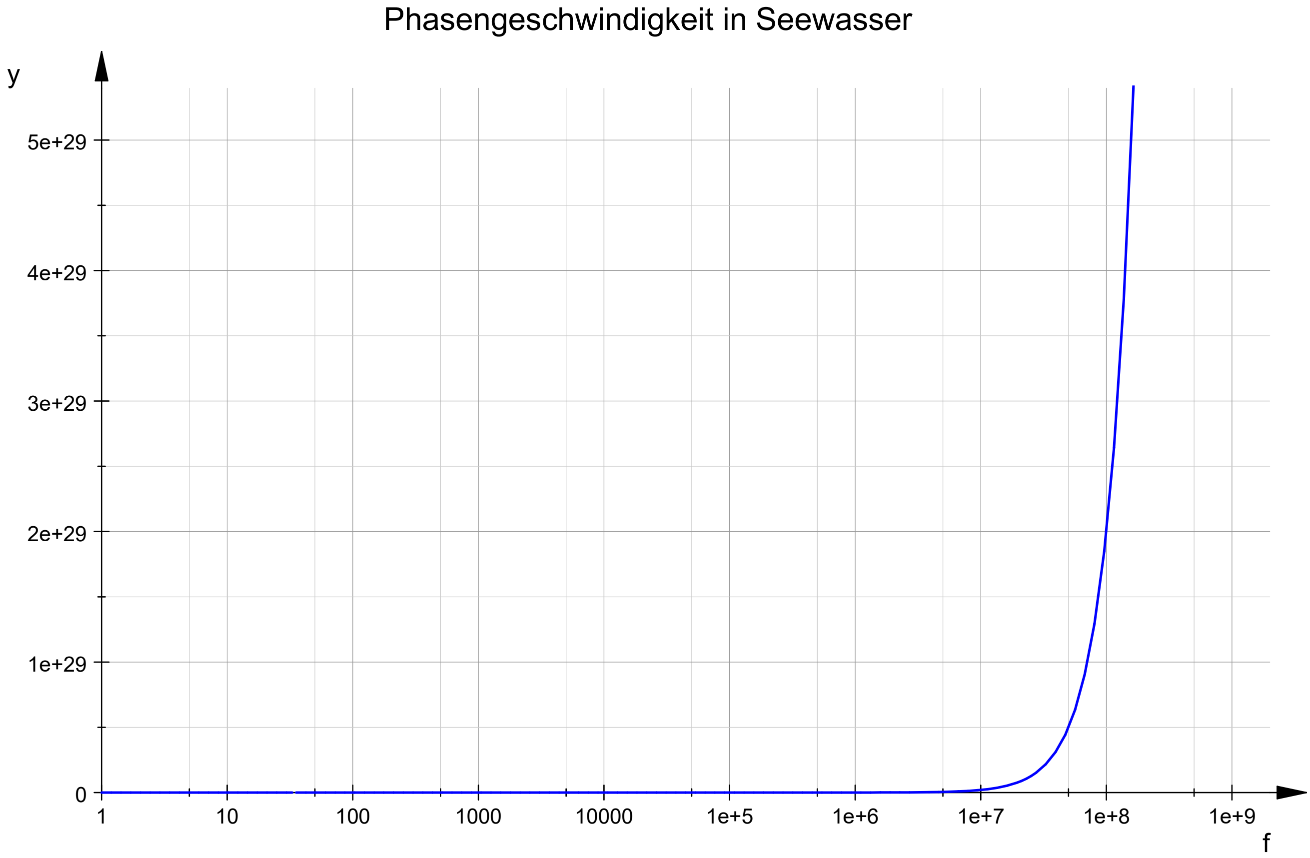


Bild 5 - Phasengeschwindigkeit bei der Ausbreitung in Seewasser über der Frequenz f

Damit ist die elektromagnetische Welle in Medien mit dem Beispiel Seewasser beschrieben. In anderen Medien gelten andere physikalische Konstanten γ, μ, ε.

4.0 Reflexionsminimierung

Aus der Theorie der elektrischen Leitungen ist bekannt, dass die reflektierte Leistung am Leitungsende minimal, und damit die an den Lastwiderstand abgegebene Leistung maximal wird, wenn die Bedingung

$$Z_{Last} = Z^{*}_{Leitungsende}$$

erfüllt ist. In diesem Fall sind vorlaufende und rücklaufende Leistung etwa gleich groß und es herrscht Anpassung. Das gilt auch [1] für elektromagnetische Wellen in zwei Medien mit den Wellenwiderständen Z_1 und Z_2.

$$Z_w=\mathrm{sqrt}(\mu/\varepsilon) \qquad \text{(Gl. 4)}$$

Es ist also Sorge dafür zu tragen ,dass der Wellenwiderstand von Medium 2 zusammen mit Medium 3 im Modell zumindest betragsmäßig dem reellen Wellenwiderstand des Ausbreitungsmediums 1 entspricht. Dann wird etwa die Hälfte des Betrages der ankommenden elektromagnetischen Welle reflektiert. Das ist das physikalisch erreichbare Minimum. Dabei ist die Phasenänderung bei der Reflexion nicht von Interesse.

Nun handelt es sich bei Medium 2 um ein dielektrischen Isolator mit Verlustwiderstand, also einem Kondensator mit der Kapazität

$$C=\varepsilon_0\varepsilon_r A/d \qquad \text{(Gl. 5)}$$

wobei d die Dicke des Mediums 2 ist und A die Fläche von 1 m^2 also 10^6 mm^2 [1].

Der technisch parallel zu Kondensator liegende Verlustwiderstand hat den Widerstandswert

$$R=d/\gamma/A \qquad \text{(Gl. 6)}$$

Wobei d die Dicke des Mediums 2 ist und A die Fläche von 1 m^2 also 10^6 mm^2 [1]. γ ist die spezifische elektrische Leitfähigkeit des dielektrischen Materials. Aus Sicht der Leitungstheorie ist also der Wellenwiderstand von Medium 1 an den Betrag des Wellenwiderstand des Mediums 2 und Medium 3 von

$$|Z_2| = \left| \frac{d\ 10^{-6}}{\gamma\ mm^2 + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\ mm^2} \right|$$

so gut es geht angepasst.

Diese Gleichung lässt sich auflösen nach γ, wobei zu berücksichtigen ist, dass γ aus physikalischen Gründen reell und positiv werden muss. Damit erhält man

$$\gamma=\mathrm{sqrt}(\,|(d*10^{-6}/Z_1/mm^2)^2 - (2\pi f_C\varepsilon_0\varepsilon_r)^2)|\,) \quad (Gl.\ 7).$$

Man kann Z_{Last} auch ausrechen und γ aus den Polstellen bestimmen. Dann ergibt sich mit Gleichung 5 und Gleichung 6 in

$$Z_2=\frac{1}{1/R' + j\omega C'}$$

$$Z2=\frac{d/A}{\gamma[1+(\omega\varepsilon_0\varepsilon_r/\gamma)^2]} -j\omega \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r d/A}{\gamma^2 + (\omega\varepsilon_0\varepsilon_r)^2} \qquad (Gl.\ 7a)$$

$$\gamma=2\pi f_C\varepsilon_0\varepsilon_r \qquad (Gl.\ 7b)$$

Darin ist f_C die Cut-Off-Frequenz. Zu größeren Frequenzen verbessern sich die Reflexionseigenschaften am Übergang zu Medium 2 wieder.

Damit lässt sich der erforderliche spezifische elektrische Leitfähigkeit des Materials in Medium 2 berechnen. Seine Einheit ergibt sich in $m/(\Omega mm^2)$. Medium 2 ist jetzt daran physikalisch anzupassen.

$\varepsilon_0\varepsilon_r$ ist übrigens proportional zum Cosinus des Winkels des fließenden Stromes zu dem Flächennormalenvektor auf Medium 2 im Raum. Dieser Winkel wird bei f_c 90°. Der Strom fließt also über die Oberfläche des durch den Skineffektes entstandenen Kondensators C′ an der Grenzfläche zwischen Medium 1 und 2.

Daraus wiederum kann man folgern, dass der Skin-Effekt keine elektromagnetische Welle ist, wie einige Wissenschaftler behaupten, sondern auf einem reinen Verdrängungsprozess von Ladungsträgern beruht, mit ohm’scher Folge.

5.0 Beispiel

d=500 µm, f= 1.5 GHz, Medium 1: ε_r=1, Medium 2: ε_r=8

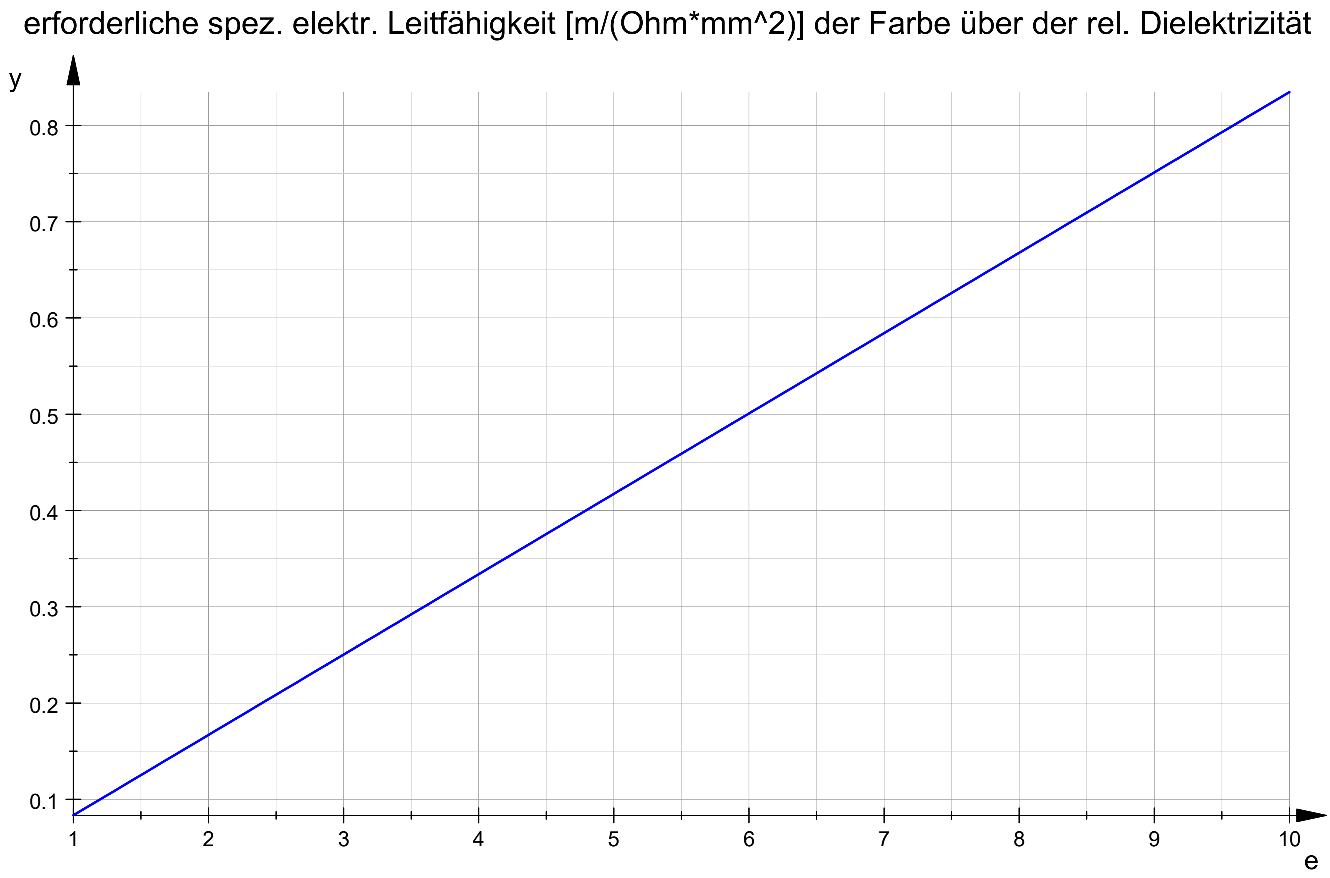


Bild 6 - berechnete erforderliche spezifische elektrische Leitfähigkeit für Medium 2

Die berechnete spezifische elektrische Leitfähigkeit ist

$$\gamma=0.6677.$$

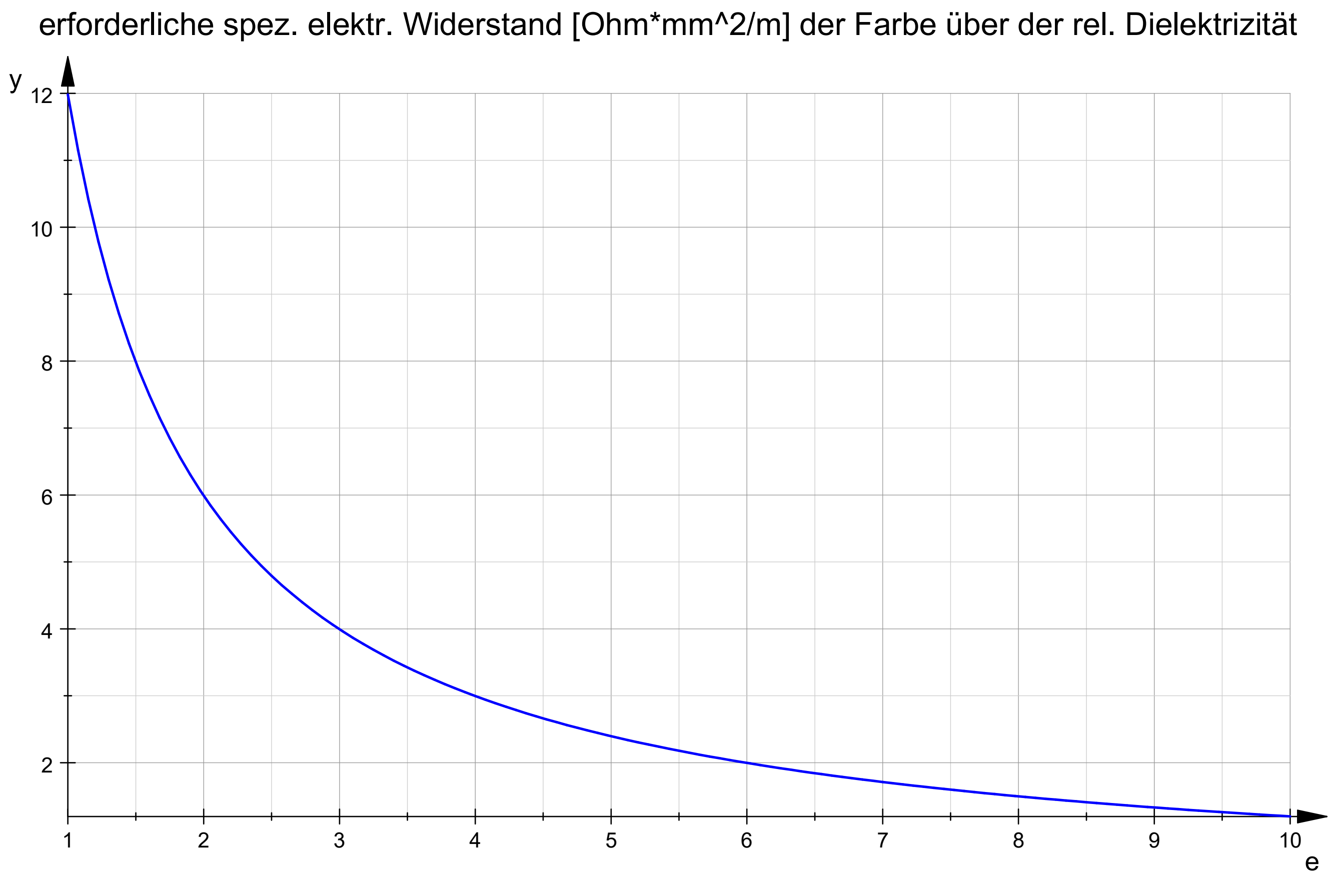


Bild 7 - der sich aus Bild 6 ergebende spezifische Widerstand

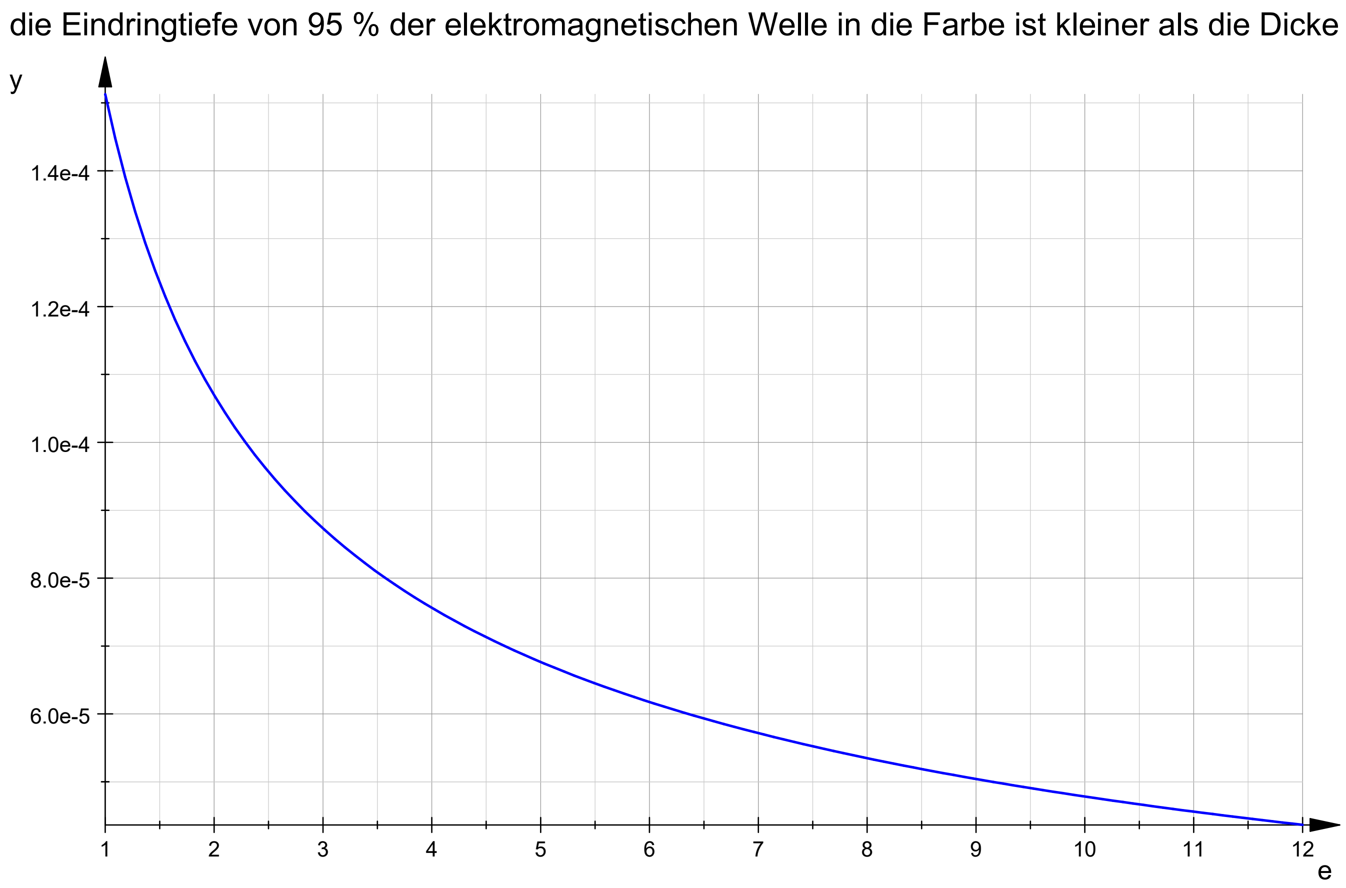


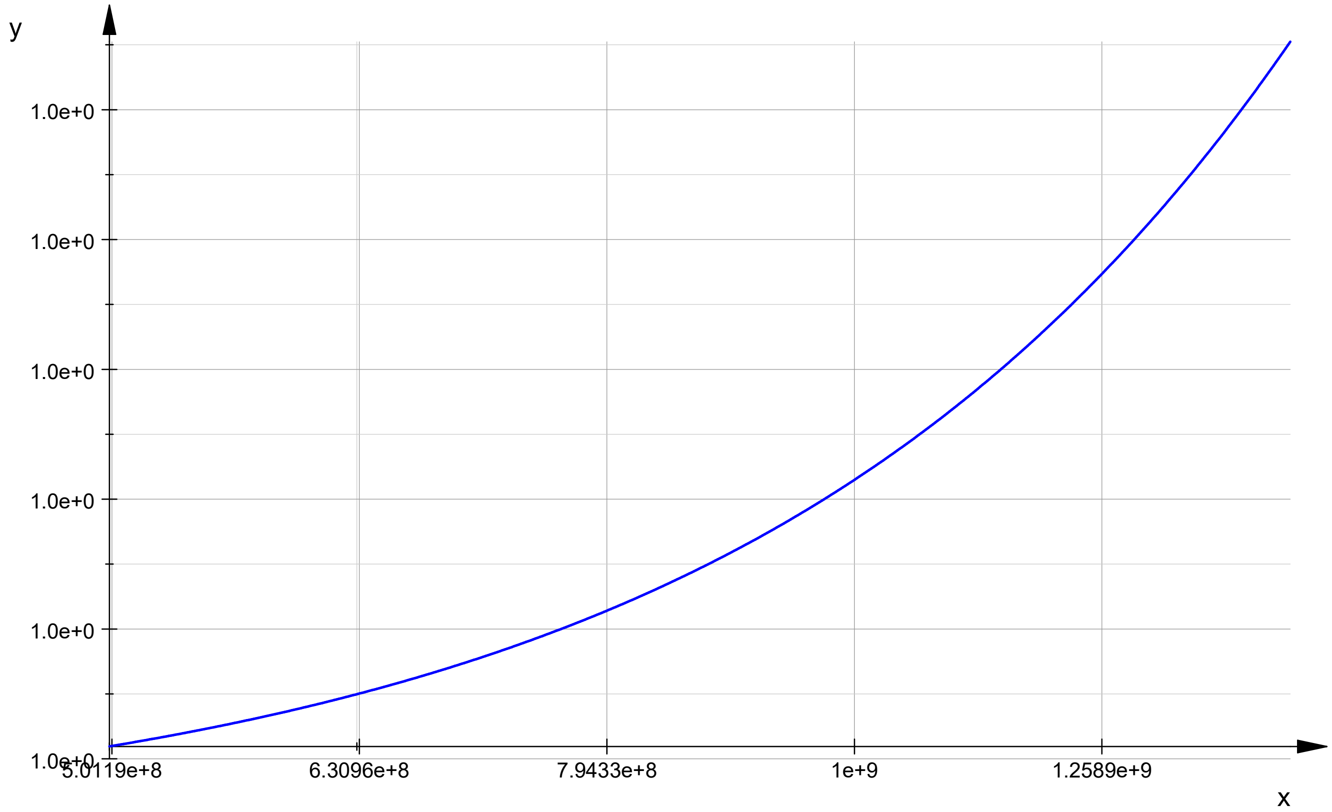
Bild 8 - die 3fache Eindringtiefe der elektromagnetischen Welle in Medium 2

Die Eindringtiefe der elektromagnetischen Welle in Medium 2 wurde berechnet mit

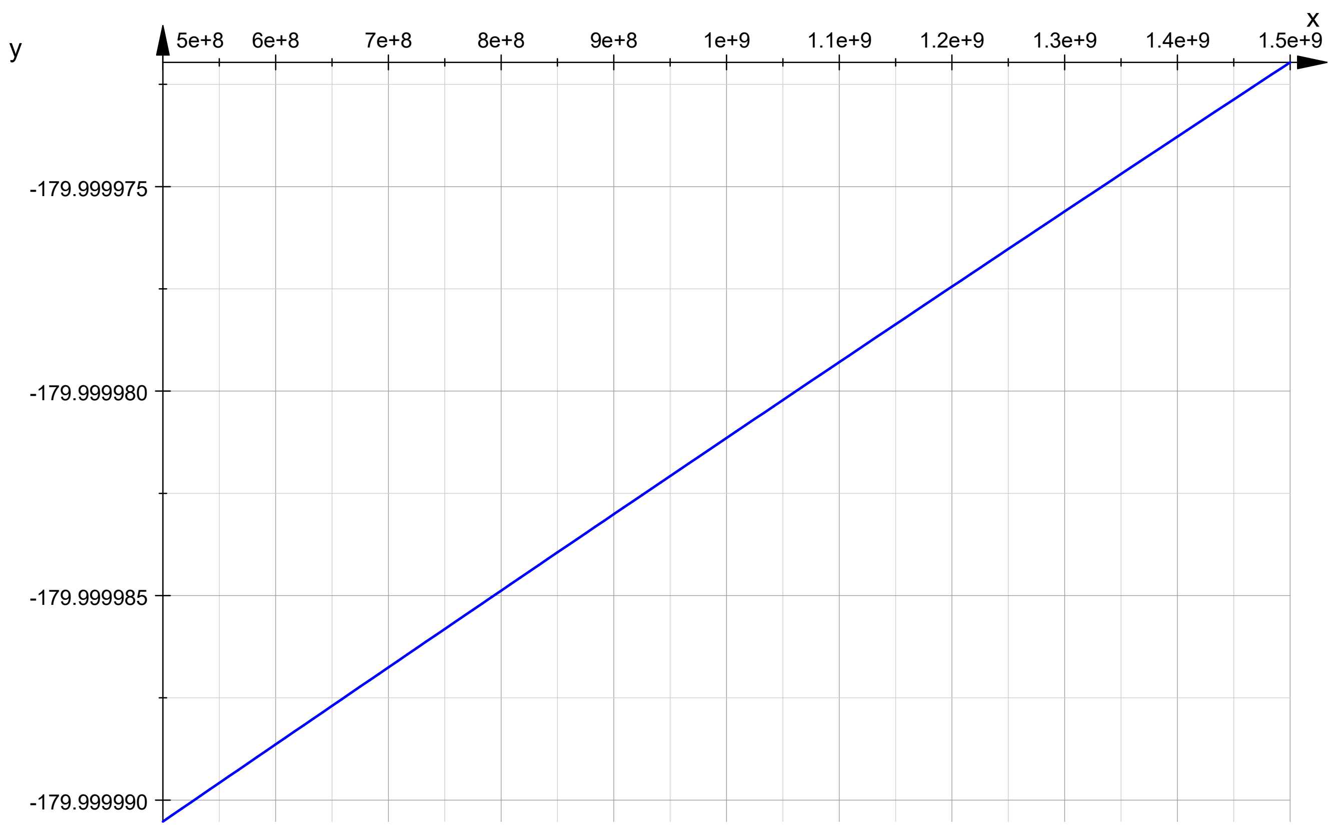
$$\delta=3/\mathrm{sqrt}(\pi f \mu \gamma) \qquad \text{(Gl. 8).}$$

Der Funktionsgraf gibt die Werte für eine 95 % Dämpfung der Welle in Medium 2 an. Diese Werte sind wesentlich kleiner als die Dicke des Mediums.

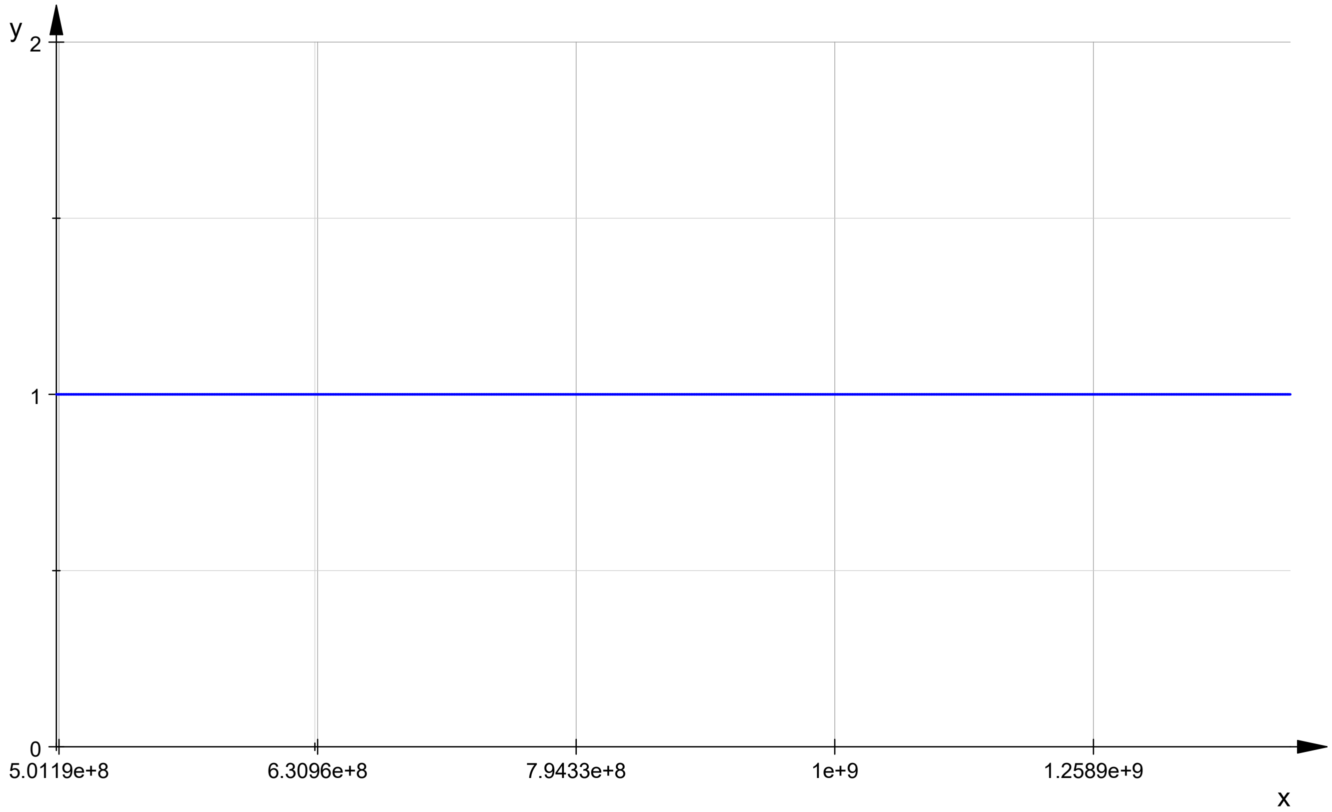
Betrag des sich ergebenden Reflexionsfaktors 1



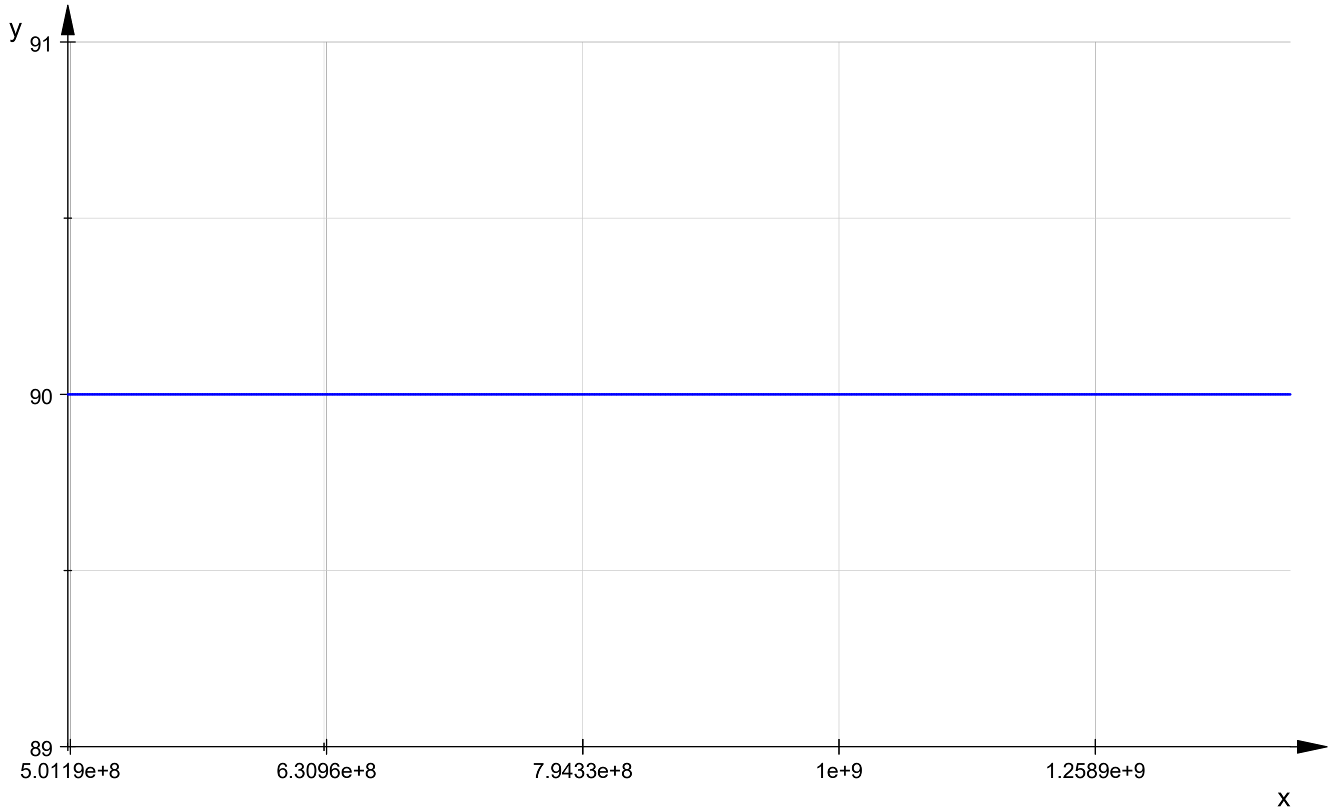
Winkel des sich ergebenden Reflexionsfaktors 1



Betrag des sich ergebenden Reflexionsfaktors 2



Winkel des sich ergebenden Reflexionsfaktors 2



Der Betrag des berechneten elektrischen Reflexionsfaktors 1 ist

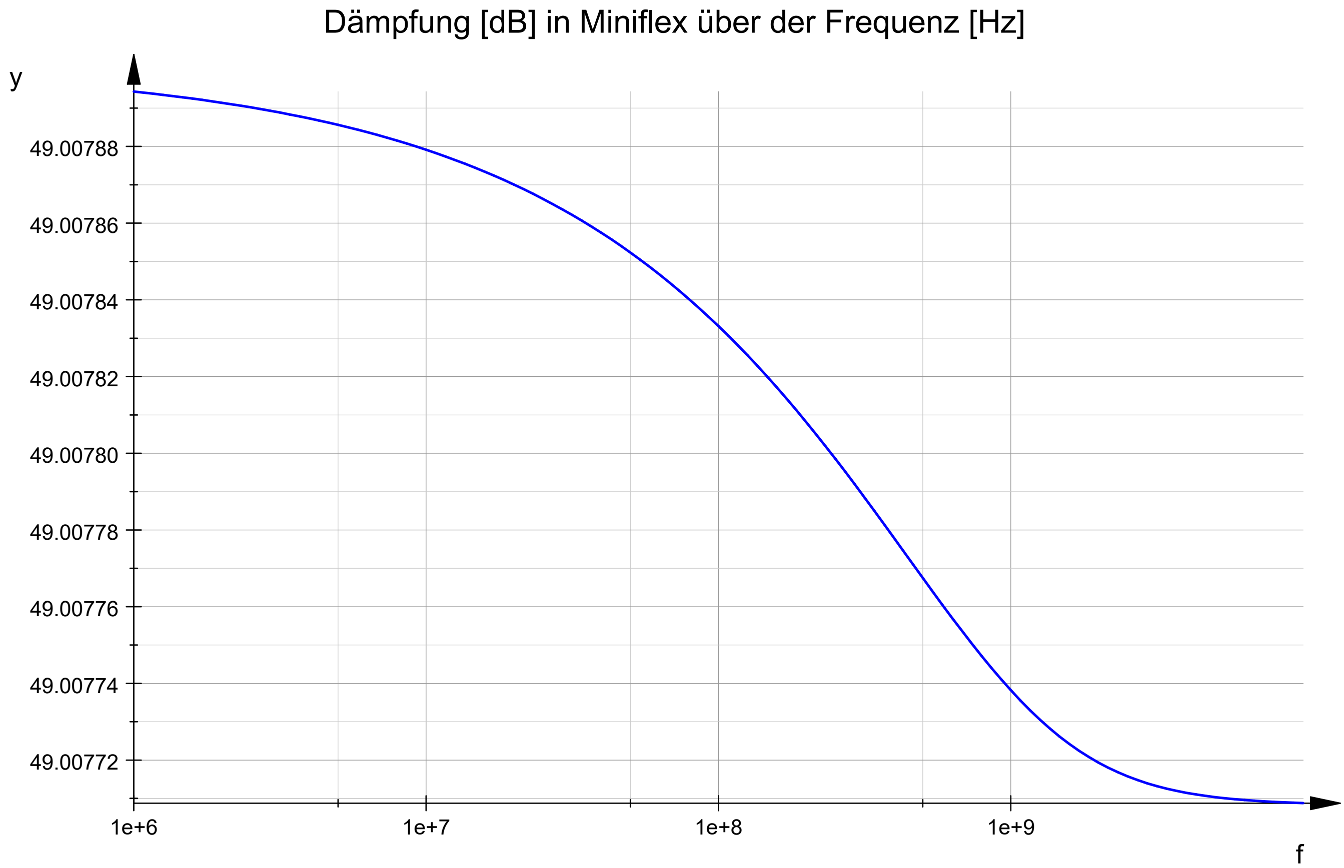
0.99999999999608522966987364765262

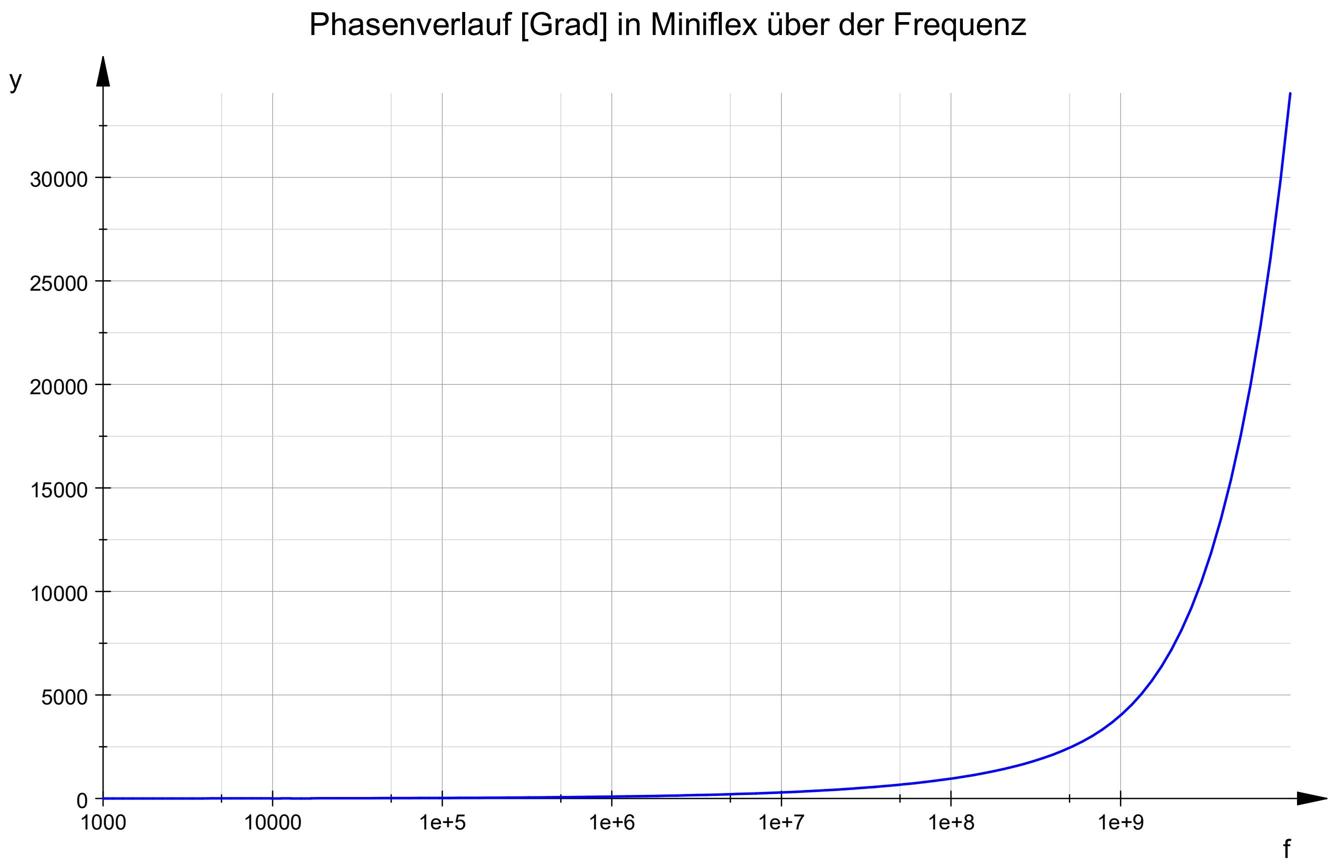
Die Differenz zu 1 ergibt sich aufgrund einer inhomogenen Longitudinalwelle, die sich aus den Randbedingungen der MAXWELL'schen Gleichungen ergibt, hier aber praktisch nicht von Bedeutung ist.

Der berechnete elektrische Reflexionsfaktor 2 ist rein komplex, also -j1 und beschreibt den absorbierten Teil der Welle.

Die einfallende Energie der Welle wird also etwa zur Hälfte mit dem Reflexionsfaktor 1 reflektiert, zur Hälfte mit dem Reflexionsfaktor 2 absorbiert, und der Rest der Energie verbleibt in einer kleinen inhomogenen Longitudinalwelle, parallel zur Mediumgrenze.

Das daraus herzustellende Beispielmaterial für Medium 2 sei hier Miniflex genannt.




Phasenverlauf [Grad] in Miniflex über der Frequenz
y
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
1000
10000
1e+5
1e+6
1e+7
1e+8
1e+9
f

6.0 Literaturverzeichnis

[1] Theoretische Elektrotechnik, K. Simonyi,
Technische Universität Budapest
[2] Elektromagnetische Feldtheorie, Lehner
[3] Antennen Band 1, Stirner